Collège de physique et de philosophie Séance du 4 novembre 2013

Hervé Zwirn. Aujourd'hui, Bernard d'Espagnat nous parlera d'expérience à choix retardé portant sur des systèmes intriqués. Cette conférence repose principalement sur l'article d'Asher Peres. Je crois savoir que c'est un travail dont il a beaucoup discuté avec Franck Laloë.

Bernard d'Espagnat. Oui, nous en avons beaucoup débattu et, comme vous le verrez, certains arguments essentiels dans ce que je vais dire sont de l'apport de Franck Laloë. Comme ce dernier avait beaucoup à faire, c'est moi qui vais vous exposer cette affaire – avec mes petites idées personnelles, quand même!

Section I – Expérience à choix retardé portant sur des systèmes intriqués – Exposé par Bernard d'ESPAGNAT

Nos échanges d'aujourd'hui porteront sur un épineux problème soulevé naguère par John Archibald Wheeler, celui dit des choix retardés. C'est un fait qu'il y a des expériences, et pas seulement des expériences de pensée, où il semble qu'on agisse sur le passé. Leur existence fait surgir une question relative au sens des mots : qu'entend-on au juste quand on prétend « agir sur le passé » ? Nous verrons que la physique apporte sa petite pierre à l'étude de cette question.

Les expériences les plus récentes en ce domaine concernent la vraie ou prétendue création d'une intrication dans le passé. L'une d'elle a été faite à Vienne l'an dernier, par le groupe de Zeilinger. L'autre a été faite au début de cette année-ci à Jérusalem, à l'Institut Racah (je vous donnerai les références). Ainsi qu'Hervé Zwirn vient de le rappeler, il se trouve que ces deux expériences sont fondées dans leur principe sur un article de Peres intitulé *Delayed choice for entanglement swapping*. C'est donc cet article que nous devons examiner.

1. Montage et déroulement de l'expérience

Voilà d'abord le montage considéré par Peres.

PAGE BLANCHE, SAUTER

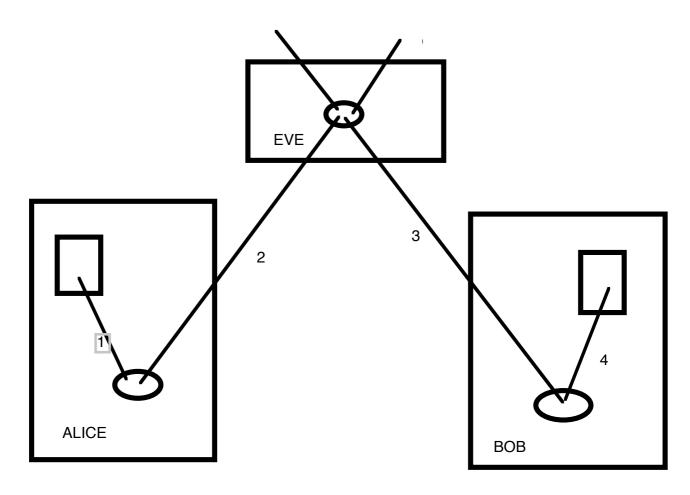


FIG. 1

Alice et Bob disposent chacun d'un ensemble de paires de particules de spins 1/2 se trouvant dans un état singulet de spin. Chacun mesure successivement – une mesure par minute par exemple – la composante de spin d'une des particules de chaque paire (c'est ce qui se passe dans les petits carrés que vous voyez sur la figure), selon une direction arbitrairement choisie par chacun d'eux. Chacun note le résultat et envoie l'autre particule à Eve. En même temps, chacun des deux regarde sa montre et note l'heure. Cela leur permet d'attribuer à chaque particule, donc à chaque paire, un numéro d'ordre qui sera le même des deux côtés. Il sera également le même pour les deux particules reçues simultanément par Eve. Ces numéros d'ordre, qui vont jusqu'à des millions, ne doivent pas être confondus avec les chiffres 1, 2, 3 et 4 que vous voyez accolés aux trajectoires des diverses particules et qui ne sont que des noms collectifs donnés aux particules selon le rôle qu'elles jouent dans l'expérience.

Eve fait une mesure sur chaque paire qu'elle reçoit. Je vous préciserai de quoi dans quelques instants. Comme toute mesure quantique, c'est une question posée au système mesuré – en l'occurrence à la paire 2,3. C'est une question de type oui/non et chaque paire 2,3 a une probabilité d'y répondre oui. Quand c'est le cas, Eve téléphone à Alice et à Bob pour les en informer. Elle fait cela successivement pour toutes les paires et demande à Alice et Bob de ne conserver, dans le stock de résultats qu'ils ont accumulés par leurs mesures, que ceux correspondant aux réponses « oui » qu'elle a reçues. De ce fait, des paires 1,4 de résultats de mêmes numéros d'ordre sont constituées. C'est sur ces paires de résultats que l'expérience Peres permet de prédire des choses.

Ce montage est-il clair pour tout le monde ?

Roger Balian. Les directions dans lesquelles Alice et Bob mesurent les spins sont-elles fixées une fois pour toutes ?

Bernard d'Espagnat. Non. Alice et Bob les choisissent comme ils veulent, parmi un lot de certaines directions qui sont grosso modo celles qui peuvent servir pour vérifier ou non l'inégalité CHSH (l'inégalité de Bell améliorée).

Roger Balian. Cela signifie donc qu'ils enregistrent la direction dans laquelle ils ont effectué la mesure en même temps qu'ils enregistrent les numéros.

Bernard d'Espagnat. Oui, exactement. Ce faisant, Alice et Bob constituent à eux deux des paires de résultats 1,4.

Peres raisonne sur des paires de particules de spins de ½. Mais il fait remarquer qu'il serait plus commode, lors d'une expérience, d'utiliser des paires de photons. Et

effectivement, les deux expériences que j'ai mentionnées ont été faites sur des paires de photons.

Naturellement, Peres précise ce qu'Eve mesure. C'est un point essentiel. En l'occurrence, il décide que ce sera un « état de Bell ». Je rappelle rapidement ce qu'on appelle maintenant un « état de Bell ». Si l'on note les kets propres de la composante selon Oz d'un spin ½ conformément aux équations aux valeurs propres :

$$S_7 | 0 > = + | 0 >$$
; $S_7 | 1 > = - | 1 >$

les états de Belll sont, par définition, les états

$$\Phi^{\pm} = (10,0>\pm 11,1>)/\sqrt{2};$$

 $\Psi^{\pm} = (10,1>\pm 11,0>)/\sqrt{2}.$

Dans le Ψ , on reconnaît l'état singulet de spin. Et les trois autres états de Belll, sont des combinaisons linéaires des fonctions propres de l'état triplet.

Ces quatre états de Belll constituent manifestement une base orthonormée de l'espace de Hilbert des quatre particules. Chose vraiment remarquable, dans le cas des photons les expérimentateurs savent maintenant mesurer les projecteurs correspondant à chacun de ces états de Bell. Ce n'est pas évident du tout et cela implique des montages lourds, qui changent d'un état de Bell à l'autre et font usage, entre autres, des propriétés de symétrie des photons.

C'est l'un de ces états de Belll qu'Eve mesure (sur chaque paire 2,3 qu'elle reçoit). Disons par exemple que c'est le Φ . Puis, pour chaque paire, elle téléphone le résultat à Alice et à Bob, qui trient leurs résultats en conséquence et constituent ainsi des paires 1,4, comme je l'ai dit.

Hervé Zwirn. Eve téléphone à Alice et Bob en disant que sur telle paire, elle a vu que c'était Φ . Le reste du temps, elle ne fait rien ?

Bernard d'Espagnat Exact. Mais le point essentiel c'est que par ce coup de fil elle leur dit de ne conserver que ces résultats-là dans le stock des résultats qu'ils ont obtenus par leurs mesures prises au hasard, et qui sont naturellement sans aucune corrélation.

2. Qu'en déduire ?

Jusqu'ici, nous n'avons vu que le montage et le déroulement de l'expérience. A la suite de Peres, voyons maintenant comment l'on peut en déduire quelque chose concernant les paires de résultats ainsi traités. Pour cela, Peres fait appel à l'identité remarquable que voici :

$$\Psi_{1,2}^{-} \otimes \Psi_{34}^{-} \equiv (\Psi_{2,3}^{+} \otimes \Psi_{1,4}^{+} - \Psi_{2,3}^{-} \otimes \Psi_{1,4}^{-} - \Phi_{2,3}^{+} \otimes \Phi_{1,4}^{+} + \Phi_{2,3}^{-} \otimes \Phi_{1,4}^{-})/2$$
 (1)

Elle paraît un peu impressionnante ! Mais on l'obtient simplement en recombinant astucieusement les différentes composantes des Ψ 12 et des Ψ 34.

Roger Balian. Que sont ces 1, 2, 3 et 4 ? Il y a un spin qui provient du côté Alice et un qui provient du côté Bob.

Bernard d'Espagnat. J'y viens. Pour l'instant, je vous ai montré une pure identité, qui n'est même pas de la mathématique mais de la recombinaison.

Roger Balian. Je ne comprends pas bien ce qu'Eve mesure. C'est un Φ 23 seulement ?

Bernard d'Espagnat. Oui. Comme la figure 1 le montre la mesure d'Eve ne porte que sur une paire 2,3; et, comme je l'ai dit, nous supposons que la question qu'elle pose à cette paire est : « es-tu dans l'état Φ ? ».

Alors, comment Peres utilise-t-il cette identité. ? Eh bien, en fait, sa présentation est difficile à comprendre et nous avons dû, Franck Laloë et moi, la reconstituer. En effet, Peres paraît la fonder entièrement sur l'idée qu'au moment où Eve fait sa mesure, la fonction d'onde du système des quatre particules serait donnée par le premier membre de l'identité (1). Or cela serait vrai dans une expérience que j'appelle P'où Alice et Bob auraient fait leurs mesures après la mesure d'Eve. Mais c'est manifestement faux dans l'expérience de Peres lui-même, que j'appelle P, puisque Alice et Bob y font leurs mesures avant la mesure faite par Eve et que, par conséquent, au moment où cette dernière mesure a lieu la fonction d'onde du système 1, 2, 3, 4 n'est plus le produit tensoriel des deux singulets, lesquels ont été cassés par les mesures faites sur eux par Alice et Bob.

Roger Balian. Eve ne voit que 2 et 3 n'est-ce pas ?

Bernard d'Espagnat. Oui. Mais cela équivaut à dire qu'elle fait une mesure partielle sur le système 1, 2, 3, 4 lors de laquelle elle ne mesure que 2 et 3.

Roger Balian. Cela ne correspond donc pas du tout au premier membre, qui est l'état initial avant qu'Alice et Bob aient fait quoi que ce soit.

Bernard d'Espagnat. Exactement. C'est la raison pour laquelle nous avons été très ennuyés. Je n'y comprenais même plus rien puisque, tel que l'article de Peres est rédigé, il semble qu'il fasse comme si on pouvait utiliser cette identité pour résoudre son problème. Or à vue de nez il semble bien, en effet, qu'on ne puisse l'utiliser que pour l'expérience P'qui consisterait à inverser les rôles d'Alice et Bob d'une part et d'Eve d'autre part.

Autrement dit, le raisonnement de Peres n'est recevable que si les prévisions probabilistes relatives aux expériences P et P'sont les mêmes – ce qui ne saute pas aux yeux, comme nous venons de le voir. Comment savoir si c'est ou non le cas? C'est Franck qui a eu l'idée de ce « comment ». Il a fait remarquer que pour répondre à cette question il suffisait de calculer ces probabilités non plus par la méthode des collapses successifs, mais en utilisant une formule bien connue, dite de Wigner, qui donne non pas seulement la probabilité du résultat d'une mesure, mais la probabilité jointe des résultats de toute une séquence de mesures successives faites sur un même système. On appelle cela quelque fois « la méthode par projecteurs », parce que dans cette formule la séquence des mesures est représentée par le produit des projecteurs correspondant à chacune des mesures, rangés dans l'ordre de la séquence temporelle des mesures. Pour savoir si la réponse à ma question est oui ou non, c'est-à-dire si on peut faire le calcul concernant l'expérience P comme si on avait affaire à P', il suffit simplement de voir si les commutateurs en question commutent ou pas. S'ils commutent, on peut les mettre dans un autre ordre, en particulier dans l'ordre qui est naturel pour P'. Or on constate immédiatement que oui, ces projecteurs commutent. Et par conséquent, cela marche! On peut faire comme si l'expérience était P'.

Cette évidence, je l'avoue, m'a surpris. Je connaissais naturellement la formule en question, comme tout le monde. Je savais qu'elle était équivalente à la méthode par collapses successifs. Mais je n'avais pas réalisé qu'elle peut permettre de voir de façon beaucoup plus simple une chose qui n'est pas évidente quand on utilise simplement la bonne vieille méthode des réductions de fonctions d'onde (quand on considère la fonction d'onde et qu'on calcule successivement ce qu'elle devient dans chaque mesure).

Roger Balian. Quels sont les projecteurs qui commutent, exactement ?

Bernard d'Espagnat. Le projecteur correspondant à la mesure d'Alice, celui qui correspond à la mesure de Bob et celui qui correspond à la mesure

d'Eve. Et cela, tout simplement parce que ces mesures portent sur des systèmes différents. Le projecteur correspondant à la mesure faite par Alice opère uniquement sur l'espace de Hilbert correspondant à la particule 1, celui correspondant à la mesure faite par Bob opère uniquement sur l'espace de Hilbert correspondant à la particule 2 et celui correspondant à la mesure faite par Eve opère uniquement sur l'espace de Hilbert correspondant à la paire 2,3.

Roger Balian. Ce que je ne comprends pas, c'est ce qui se passe entre Alice et Eve.

Bernard d'Espagnat. Le projecteur d'Alice correspond uniquement à l'espace de Hibert de la particule 1, celui de Bob correspond uniquement à l'espace de Hibert de la particule 4 et celui correspondant à la mesure d'Eve porte uniquement sur l'espace de Hilbert produit tensoriel de l'espace de la particule 2 et de l'espace de la particule 3.

Hervé Zwirn. Et cela commute parce que les projecteurs œuvrent dans des espaces de Hilbert qui sont déconnectés. La commutation est due à ce qu'Alice ne mesure qu'une des deux particules, Bob l'autre particule et Eve une paire de particules différentes des deux premières.

Bernard d'Espagnat. C'est cela.

Hervé Zwirn. Cela veut dire qu'en réalité, la mesure que fait Alice et la mesure que fait Bob ne tiennent pas compte en quelque sorte d'un certain nombre d'informations qui seraient là s'ils mesuraient les deux particules. Le fait que ce soit un état singulet est un peu oublié dans l'affaire – puisqu'on ne mesure qu'une seule particule.

Bernard d'Espagnat. Exactement. En physique classique, quand on est obligé de casser un système pour faire une certaine mesure, on ne peut ensuite plus mesurer autre chose sur ce système. Prenons l'exemple d'une noix. Si vous voulez savoir si elle est creuse ou pleine, c'est-à-dire mesurer sa comestibilité, il faut bien la casser. Mais ensuite, vous ne pouvez plus mesurer son diamètre ou sa longueur puisqu'elle est cassée. C'est comme cela que nous raisonnions au début, quand nous disions que du moment que les singulets des systèmes 1,2 et 3,4 avaient été cassés, on ne pouvait plus rien utiliser d'eux. Eh bien, avec la mécanique quantique, ce n'est apparemment pas comme cela que la question se présente. On a comme l'impression que si la noix était quantique on pourrait mesurer son diamètre même après l'avoir écrasée. Du moins si l'on se fie à la méthode des projecteurs laquelle, il est vrai, est centrée sur la notion de prédiction d'observations bien plutôt que sur celle de réalité.

Roger Balian. Tout se passe comme si c'était une mesure unique d'une observable unique qui porte sur 1,4 et 2,3.

Bernard d'Espagnat. Oui.

Roger Balian. On aurait pu mettre tout cela sous forme d'un projecteur unique. Que cela se passe avant ou après, cela ne change strictement rien.

Bernard d'Espagnat. On pourrait dire que c'est une mesure simultanée.

Roger Balian. Mais la particularité du résultat tient à ce que l'état luimême contient des corrélations connues à l'avance entre 1,2 et 3,4.

Franck Laloë. L'état initial.

Bernard d'Espagnat. Nous sommes d'accord.

Autrement dit, pour calculer une probabilité dans l'expérience P de Peres, il suffit de faire comme si cette expérience était P'. C'est la clé de l'énigme. Car dans l'expérience P'on a le droit d'utiliser l'identité 1, puisque les mesures d'Alice et de Bob viennent après celle d'Eve.

Toutefois, et il y a là un point qui pourrait être intéressant, il se trouve qu'il y a deux manières d'utiliser cette clé. La première consiste à utiliser la formule par projecteurs jusqu'au bout. Après tout, elle nous donne des probabilités et il n'y a qu'à les calculer. Mais tout ce que cette méthode nous donne, ce sont précisément des probabilités de résultats. Elle ne nous dit strictement rien quant à la fonction d'onde de l'état final, puisque dans la formule de Wigner cette fonction d'onde de l'état final ne figure pas. Et ce qu'elle montre c'est que les résultats enregistrés par Alice et Bob doivent être *les mêmes que si* Alice et Bob avaient fait leurs mesures directement sur

un ensemble de paires décrites par Φ . Or c'est bien cela et rien d'autre que les expériences peuvent vérifier et que, effectivement, elles vérifient. Déjà ce résultat là peut paraître surprenant à première vue, vu que ces particules 1,4 n'ont jamais été en contact l'une avec l'autre. Si elle sont des photons, elles ont très probablement été détruites dès les premières mesures. Cela paraît donc surprenant. Mais c'est comme ça.

Hervé Zwirn. Quand on fait le calcul, on voit que ce qui est produit par la formule de Wigner donne un résultat qui est identique à celui qu'on obtiendrait si les particules mesurées par Alice et Bob étaient dans la classe Φ .

Bernard d'Espagnat. Oui. Il serait le même que si Alice et Bob ensemble avaient fait leurs mesures sur des paires qui auraient été dans l'état Φ

Hervé Zwirn. Mais on obtient ce résultat quand on se limite au couple (1,4) tel qu'Eve a téléphoné pour dire qu'il est dans l'état Φ . Cela ne concerne donc pas l'ensemble des mesures, mais le sous-ensemble correspondant à celles ayant donné Φ . Le résultat n'est donc obtenu que sous réserve qu'Eve ait constaté au départ que Φ . C'est donc Φ pour Eve et c'est Φ aussi pour Alice et Bob.

Bernard d'Espagnat. Exactement.

Mais Franck Laloë m'a fait remarquer très vite que ce résultat n'avait rien de bouleversant, car dans un montage très similaire à trois acteurs et où le troisième acteur oblige les deux autres à un tri, même en raisonnant en physique classique, par exemple sur des paires de gants, on obtient facilement de semblables mises en corrélation d'objets n'ayant jamais été en contact. Donc finalement, cette méthode d'utilisation de la formule de Wigner nous donne quelque chose – nous pourrons en discuter tout à l'heure – qui n'est pas vraiment surprenant.

Mais il existe une *seconde manière* de faire le calcul, et qui paraît nous en dire plus. Or ce « plus » est assez intrigant, comme on va le voir. Il s'agit d'une méthode mixte. Ayant vérifié comme nous l'avons vu, par la formule de Wigner, qu'on peut calculer comme si Eve faisait sa mesure sur la partie 2,3 du système de particules 1, 2, 3, 4 *non altéré* (comme si on était dans l'expérience P'), on fait ce calcul-là par la bonne vieille méthode de la réduction du vecteur d'état, et comme si la mesure d'Eve était la première à être faite. Nous appliquons pour cela la règle générale : nous projetons la fonction d'onde initiale $\Psi_{1,2,3,4}$ sur le sous-espace propre de l'observable mesuré, c'est-à-dire ici sur sa fonction propre, qui est Φ . Cela se fait au moyen du projecteur

$$\Pi = |\Phi_{2,3}| \le \Phi_{2,3}| \le 1_{1,4}$$

Le calcul ici est très simple car $\Psi_{1,2,3,4}$ n'est autre que le premier membre de l'identité (1) et peut donc être remplacé par le second membre de cette identité. On voit alors que l'opérateur Π agissant sur les trois premiers termes de ce second

membre donne zéro, puisque ces fonctions d'onde sont orthogonales à $\Phi_{2,3}$. Et l'on voit tout de suite que cela donne comme résultat :

$$|\Phi_{2,3}\rangle |\Phi_{1,4}\rangle/2$$

Et si ce calcul a un sens celui-ci ne peut être que « la sélection qu'Eve a imposée a eu pour résultat de mettre la paire 1,4 ainsi sélectionnée dans l'état Φ ». Autrement dit, ce n'est pas seulement un calcul qui montre que « tout se présente comme si ». C'est vraiment un calcul qui nous montre que si l'on prend la notion de fonction d'onde pleinement au sérieux, Eve met cette paire 1,4 dans l'état Φ . Et puisque nous sommes en fait dans l'expérience P, Eve a fait cela sur un état qui était antérieur à sa mesure. Elle a donc agi sur le passé!

Plus explicitement, je dirais que dans le cas de l'expérience P' (où Alice et Bob font leurs mesures après la mesure d'Eve) la méthode ordinaire par réduction du vecteur d'état s'applique tout naturellement : Eve fait sa mesure de Φ sur 2,3, ce qui met le système 2,3 dans l'état Φ . On voit, par calcul, que cela doit aussi mettre le système 1,4 dans l'état Φ . S l'on prend la notion de fonction d'onde au sérieux, au point d'estimer que d'une certaine manière elle représente la réalité physique et non pas seulement un outil de calcul, on considère vraiment, à ce moment-là, que le système 1,2,3,4 ainsi réarrangé par toutes les opérations effectuées par Eve, Alice et Bob est réellement dans l'état Φ 12, Φ 34. Tout le monde est d'accord là-dessus, je crois.

Roger Balian. Si l'on prend la fonction d'onde simplement comme un outil de sélection, je ne suis absolument pas gêné par tout cela. C'est un outil de prédiction. C'est ce que nous savons sur le système.

Bernard d'Espagnat. Vous exprimez là votre conception de la fonction d'onde (qui, incidemment, est aussi la mienne !). Celle que j'essaie de discuter ici – en cherchant à voir si elle entraîne une conclusion inacceptable – en est une autre, différente, soutenue , elle aussi, par des physiciens très reconnus. Pour quelqu'un qui estime que la fonction d'onde est un simple outil de calcul, il n'y a effectivement pas de problème. Mais dans l'expérience P', même aux yeux de quelqu'un qui considère que la fonction d'onde représente de quelque manière une réalité physique le fait que l'on voit apparaître le Φ_{14} n'est pas, non plus, vraiment choquant. En revanche, si on considère le même fait dans

l'expérience P il devient totalement choquant à nos yeux, parce qu'il implique alors une action du présent sur le passé.

D'une certaine manière, il n'est pas étonnant que tout ce soit passé comme si les mesures d'Alice et de Bob avaient porté sur des paires dans l'état Φ . Mais cette dernière méthode, que j'ai expliquée, qui fait appel à la réduction et nous incite à prendre la fonction d'onde au sérieux au point de dire que ce qu'elle décrit vraiment *est*, paraît déboucher sur l'idée vraiment difficile à accepter d'une action de l'avenir sur le passé.

3. Conclusions

Peres lui-même explicite mal ses conclusions, dans son article. Franck Laloë et moi sommes bien d'accord sur ce point. Mais il dit quand même qu'au total il n'y a aucun paradoxe si l'on a bien compris ce qu'est la mécanique quantique. Et comme il se proclamait lui-même instrumentaliste, ce qui consiste à ne considérer les théories que comme des instruments de prédiction d'observations, je pense après mûre réflexion que ce qu'il voulait dire était pleinement dans la ligne de la position que Roger Balian vient d'exprimer. Que c'était que « bien comprendre la mécanique quantique » signifie ne voir dans les fonctions d'onde rien d'autre qu'un pur et simple outil de calcul.

En ce qui concerne ma conclusion propre elle sera nuancée. Compte tenu de ce que nous tenons tous pour inacceptable l'idée qu'on puisse agir sur le passé, je la présenterai comme ceci.

Vu que la prise en considération, à la fois de l'idée que la seconde méthode de calcul que j'ai exposée *et* de l'idée que la fonction d'onde représente une réalité nous a conduit à une conclusion ci-dessus jugée inacceptable, nous devons rejeter l'une au moins des deux idées dont il s'agit. Or, considérés séparément les deux éléments constitutifs de la première (le recours à la formule de Wigner et la réduction du vecteur d'état lors d'une mesure) sont indéniablement valides. Il n'est donc pas a priori absurde d'estimer que c'est l'autre idée, la seconde, qui doit être abandonnée. Cette conclusion nous obligerait par conséquent à considérer que l'assertion « la fonction d'onde n'est pas autre chose qu'un outil de calcul », loin d'être une simple opinion, est une proposition démontrée expérimentalement; et nous rejoindrions ainsi la position des physiciens qui interprètent de cette manière les expériences vérifiant les prédictions théoriques de l'article de Peres que nous sommes en train d'analyser.

Je reconnais toutefois que cet argument n'est pas aussi solide qu'il paraît, car il n'est nullement évident que les deux éléments constituant la première idée soient, en toutes circonstances imaginables, tous les deux valides à la fois. Et, à la réflexion, il me semble assez douteux que la théorie dite des opérations et des états, sur laquelle Peres s'appuie, résolve cette difficulté.

Section II – Discussion

Roger Balian. Je suis tout à fait d'accord avec vos conclusions, mais j'ajouterai un point. Dans cette expérience, la notion de fonction d'onde est mise à « deux sauces différentes ». Une fonction d'onde se réfère à un certain ensemble statistique. L'ensemble statistique auquel on se réfère dans le premier membre de l'identité est l'ensemble statistique complet de toutes les expériences qui ont été faites. Tandis que la nouvelle fonction d'onde (c'est-à-dire la fonction d'onde réduite, à la fin) décrit quelque chose de différent puisqu'elle décrit un sous-ensemble produit à l'état final après interaction avec les appareils de mesure et après sélection. Ces deux ensembles étant différents, il ne faut surtout pas mettre ensemble (au sens de together) la première fonction d'onde et la dernière. On a modifié la règle du jeu, parce qu'on a modifié les prédictions possibles et la loi de la probabilité. La fonction d'onde étant une sorte de loi de probabilité, on l'a modifiée en faisant une sélection.

Bernard d'Espagnat. Je dirais qu'effectivement, d'une certaine manière, on met la notion de fonction d'onde à deux sauces différentes. On donne à ce vocable un sens fort (description du réel) et un sens faible (prédiction d'observations). Mais quand on a un vocable auquel on donne à la fois un sens fort et un sens faible, il ne faut garder que le sens faible, parce que c'est lui qui couvre l'ensemble de la chose. Si l'on ne lui garde que le sens fort, on tombe sur la difficulté que nous venons d'évoquer, qui, sous les réserves que j'ai dites, semble prédire que l'on peut agir du présent sur le passé.

Roger Balian. C'est un sens faible dans les deux cas, mais c'est un sens relatif. Pour moi, c'est un sens faible aussi bien pour la fonction d'onde initiale Ψ 12 et Ψ 34 que pour la fonction d'onde finale Φ 23- Φ 14. Mais dans un cas, cela se réfère à un certain ensemble statistique d'expériences et dans l'autre cas, cela se réfère au quart de ces expériences, c'est-à-dire au quart qui a été sélectionné. C'est donc un sens relatif à l'ensemble de ce que l'on a mesuré.

Bernard d'Espagnat. Oui.

Roger Balian. Et même la toute première est relative, d'une certaine façon, puisqu'elle suppose qu'à l'avance, on avait fait une expérience dans laquelle on avait préparé 1,2 dans un état singulet et 3,4 dans un état singulet. C'était donc déjà relatif à une certaine sélection qui avait été faite avec un appareil initial, qui fabriquait des singulets.

Bernard d'Espagnat. Tout à fait.

Roger Balian. C'est simplement un complément que j'ajoute à vos propos. Un complément qui consiste à dire que bien que faible c'est quand même subtil.

Bernard d'Espagnat. Parfaitement. Je trouve quand même que tel qu'il se présente ici le problème de la réalité est intéressant. Certes, aujourd'hui tous les physiciens savent bien que l'atomisme vulgaire est réfuté. Mais malgré tout, d'une façon ou d'une autre la réalité doit bien exister. J'existe, nous existons et nous ne devons pas être les seuls! Il est donc assez normal qu'on aspire à atteindre d'une façon ou d'une autre cette réalité. Et beaucoup de physiciens, y compris bien des physiciens confirmés, ont, au moins in petto, un peu l'idée que la fonction d'onde est probablement la moins mauvaise manière d'en atteindre au moins quelque chose. Le problème évident est que cela débouche très vite sur la non-séparabilité. Pensons à deux particules ou deux systèmes ayant chacun une fonction d'onde et entrant en interaction. Après cette interaction la fonction d'onde du système total n'est pas le produit de deux facteurs dont chacun serait la fonction d'onde d'un des systèmes. Or si les fonctions d'onde renvoient à une réalité cela signifie que la réalité elle-même est non-séparable. Idée que, au reste, la violation des inégalités de Bell tend à corroborer dans le domaine subatomique mais qui paraît en contradiction avec l'expérience dès qu'il s'agit d'objets plus gros, pour lesquels les inégalités de Bell sont satisfaites (dans cette optique la règle de Born fait figure d'expédient permettant le raccord avec l'observé).

A la lecture de cet article de Peres il peut sembler nécessaire d'aller encore plus loin, et de renoncer même à l'intuition de départ que la fonction d'onde aurait, au moins dans le domaine des particules, quelque rapport avec la réalité. Du coup, aux yeux du physicien, la réalité deviendrait *vraiment* évanescente!

Hervé Zwirn. Tel que vous avez présenté l'argument, il me semble finalement extrêmement clair. D'une certaine manière, c'est exactement l'analogue d'une mesure sur un état singulet. Dans le cas classique, où on mesure une particule qui acquiert à un moment donné une valeur pour un spin dans une direction, on sait que l'autre particule va instantanément être dans l'état qu'on connaît, que l'on sera capable de prédire.

Roger Balian. Non, pas instantanément.

Hervé Zwirn. Je vais y revenir ultérieurement, car c'est précisément le point sur lequel je veux insister. En termes formels, en tout cas, ce qui est au tableau ressemble — en plus compliqué – à un état singulet. On fait une mesure sur une des particules et l'autre particule acquiert un état déterminé. Ici, quatre particules sont dans un état $\Psi_{1,2,3,4}$. On peut faire une mesure qui lorsqu'on tombe sur l'état Φ_{23} entraîne que l'autre paire se trouve dans Φ_{14} . C'est exactement analogue. Mais là où c'est plus intéressant, c'est qu'à cause de cette indépendance de commutativité des

projecteurs, on peut considérer qu'on a fait la mesure soit dans un sens, soit dans l'autre. Et qu'il y a un sens où l'on peut considérer qu'on a agi sur le passé.

On peut avoir quelque chose qui ressemble, en terme de surprise, à cela dans la mesure de l'état singulet. Comme on est en mécanique quantique non relativiste, si l'on fait les mesures indépendantes dans l'ailleurs, on va trouver quelque chose qui donne bien des résultats cohérents. En revanche, on ne saura pas quelle est la mesure qu'on a faite en premier – car ce peut être l'une ou l'autre selon le référentiel dans lequel on est. On pourrait donc avoir une impression qui est la même : si on dit qu'Alice et Bob font une mesure située dans l'ailleurs l'un de l'autre et qu'Alice a trouvé + et Bob a trouvé -, dans certains référentiels où Alice est en premier on va dire que c'est elle qui a fait que cela arrive à - de l'autre côté, tandis que dans les autres c'est l'inverse. On a donc le même problème ! C'est exactement la même chose, mais en beaucoup plus simple.

Roger Balian. C'est ce que je voulais dire tout à l'heure. Nous sommes tout à fait d'accord.

Bernard d'Espagnat. Sauf que là, vous avez été obligé de faire intervenir la relativité. Ce que nous avons présenté aujourd'hui est indépendant de la relativité.

Hervé Zwirn. En effet. Mais c'est un peu le même problème. Est-ce que ce n'est pas la preuve que ce problème d'inversion temporelle doit faire intervenir la relativité?

Roger Balian. Non.

Franck Laloë. Puis-je essayer d'expliquer les choses différemment, à ma manière? Peres est un grand homme, que nous admirons tous. L'exemple qu'il présente est intéressant. Mais, pour dire les choses de façon un peu méchante, je considère que dans son article, il se moque du monde! L'argument ne dit strictement rien du statut qu'il faille attribuer à la fonction d'onde. Il ne dit rien sur le fait qu'il faille considérer la fonction d'onde comme purement une information ou comme contenant des éléments de réalité.

Je m'explique. Si la fonction d'onde est purement informationnelle, il n'y a aucun problème, aucun paradoxe. Nous sommes tous d'accord. Maintenant, supposons un instant que la fonction d'onde ne soit pas purement informationnelle mais contienne la meilleure description de la réalité, comme l'a dit Bernard d'Espagnat à l'instant. De deux choses l'une. Ou bien on est plutôt bohrien. On n'aime donc pas le postulat de la réduction du paquet d'onde et on dit que l'ensemble des mesures possibles sont des touts, et donc on va faire d'un seul coup le calcul sur les trois mesures que font Alice, Bob et Eve. On projette directement le vecteur d'état sur cette triple mesure, et on n'a strictement aucun problème. Si on est bohrien, il n'y a pas de problème !

Ou bien on est von Neumannien, et l'on admet le postulat de réduction du paquet d'onde. A ce moment-là, à mon avis, il faut être raisonnable. De deux choses l'une : ou bien on l'applique à la fin des mesures, ou bien on l'applique successivement à deux types de mesures – dans l'ordre où elles sont à réaliser. Et à ce moment-là, aucun paradoxe n'apparaît.

Donc le paradoxe de rétroaction dans le passé n'apparaît, dans l'article de Peres, que si l'on accepte d'appliquer d'une part la réduction du paquet d'onde et d'autre part, de le faire de façon déraisonnable. Donc cela me paraît totalement artificiel

Pour résumer, si la fonction d'onde contient du réel, il suffit d'appliquer le coefficient de réduction du paquet d'onde dans l'ordre où sont faites les mesures et tous les paradoxes disparaissent.

Hervé Zwirn. Vous voulez dire que Peres fait une sorte de tour de passe-passe en faisant comme si on pouvait changer d'ordre.

Franck Laloë. Voilà.

Hervé Zwirn. Si on veut utiliser la réduction du paquet d'onde, il faut l'appliquer dans le bon ordre – et il n'y a pas de problème. En réalité, ce que fait Peres, c'est l'appliquer de manière calculatoire exacte, mais interprétative dans le mauvais ordre.

Franck Laloë. Une autre expérience aurait conduit au même résultat. Peu importe l'expérience qu'on considère. On applique le coefficient de réduction du paquet d'onde dans le bon ordre et tout se passe très bien.

Hervé Zwirn. Cela me fait vraiment penser à la discussion que nous avons eue cet été sur le papier d'Eberhard à propos des inégalités CHSH. Il faisait lui aussi ce genre de chose en prenant des ensembles et en appliquant ensuite, *a posteriori*, des sélections pour en tirer des conclusions. Serait-ce le même reproche que vous faites ici ?

Franck Laloë. Si vous voulez, oui. A nouveau, on n'est pas forcé d'utiliser la réduction du paquet d'onde. C'est au choix. Mais si on le fait, on le fait de façon raisonnable et de façon qui suive l'expérience qui est réalisée, pas une expérience fictive qui aurait pu être réalisée.

Roger Balian. Pourrais-je dire la même chose un tout petit peu autrement ? Il y a quelque chose de mystificateur là-dedans. En tout cas, j'ai été complètement mystifié jusqu'au moment où j'ai réalisé que les projecteurs commutaient — donc que les expériences étaient compatibles et qu'il n'y avait plus de problème du tout. Etesvous d'accord ?

Franck Laloë, Oui.

Hervé Zwirn. Imaginons qu'on fasse cette expérience qui consiste à partir de $\Psi_{1,2,3,4}$, donc avec les états singulets préparés, et qu'on fasse intervenir Eve en premier. Elle va trouver Φ 23, ce qui va projeter 1,4 sur Φ 14. Si on le fait dans cet ordre-là, il n'y a pas de mystère.

Bernard d'Espagnat. C'est l'expérience P'.

Hervé Zwirn. Sauf qu'on est en train de dire qu'en réalité, si on fait d'abord mesurer Φ 14 par Alice et Bob et qu'Eve intervient après, on va trouver le même résultat.

Bernard d'Espagnat. Là, la mécanique quantique est vicieuse. Les trois mesures – celle d'Alice, celle de Bob et celle d'Eve – sont faites sur trois systèmes différents. En plus les spins sont des constantes de mouvement tant qu'ils ne sont pas mesurés. On peut donc appliquer la formule de Wigner des probabilités jointes de façon très simple. Et cela montre alors que c'est la même chose que pour P'. Autrement dit, le formalisme même de la mécanique quantique tend à nous mettre en difficulté conceptuelle au regard du concept que nous avons hérité de nos ancêtres et que nous possédons depuis la nuit des temps, à savoir qu'on n'agit pas sur le passé!

Roger Balian. C'est un petit peu différent, parce qu'il y a quelque chose de classique caché là-dessous, qui est la commutation des projecteurs. Cette dernière nous dit que la perturbation apportée par les mesures, qu'elles se fassent dans un ordre ou dans l'autre, est exactement la même. Donc cela revient strictement au même. C'est légèrement classique – étant entendu que j'emploie le mot « classique » au sens de « commutatif ». C'est cette partie-là qui est exploitée pour nous mystifier, dans cette expérience.

Hervé Zwirn. A la suite du travail que vous avez fait avec Franck et que vous venez de présenter, votre conclusion finale est-elle qu'il y a effectivement quelque chose, que montre Peres et qui est une action sur le passé – parce que vous n'êtes pas tout à fait d'accord avec Franck –, ou bien est-ce que cela consiste à dire qu'en réalité, cela ne montre strictement rien. Franck arrive à cette conclusion, mais vous semblez en avoir une plus positive pour Peres.

Bernard d'Espagnat. Oui je vais essayer de disculper Peres, au moins en partie, de cette accusation de mystification et le ferai de deux manières.

D'abord en précisant que la suggestion selon laquelle son travail plaiderait en faveur de la non-réalité de la fonction d'onde n'est nulle part présente dans son

article. Elle m'a été suggérée par ce que je sais par ailleurs de la conception que Peres se faisait de la science mais elle émane – et, encore : seulement à titre d'hypothèse - uniquement de moi.

Ensuite, en ce qui concerne son assertion (assez catégorique!) selon laquelle l'état de la paire des particules correspondant au résultat enregistré par Eve est un certain projecteur (celui qu'explicite sa formule (13)), il est vrai qu'elle nous trouble parce que le fait, à supposer qu'il soit exact, que ces particules sont (ou furent) dans un état, d'une part est $d\hat{u}$ à l'action de quelqu'un (d'Eve) et d'autre part se rapporte au passé de ce quelqu'un (et même à celui d'Alice et de Bob). L'assertion en question est toutefois contrebalancée par la conclusion de l'article, qui est qu'il n'y a pas de paradoxe pour qui comprend bien la mécanique quantique. Mais cette conclusion nous laisse perplexe du fait que dans le texte il est difficile d'en découvrir la justification. À la réflexion il m'a toutefois semblé qu'il s'y en trouve une, que l'on peut comprendre même si l'on est pas rationnellement tenu de s'en déclarer satisfait. Elle procède de ce que l'assertion en question s'appuie manifestement sur la théorie, due à K.Kraus, puis à S.L. Braunstein et C.M.Caves, dite des opérations et des effets, laquelle présente la particularité d'associer étroitement, dans son formalisme, le calcul de la probabilité que l'on a d'observer tel ou tel résultat et celui de l'état quantique associé à ces résultats. Etant donné qu'en outre ce formalisme est d'inspiration instrumentaliste on comprend assez bien, à la fois que Peres n'ait pas répugné à l'appliquer sans réserve au calcul de l'état procédant d'un acte d'Eve et qu'il ait nié qu'en ces circonstances inhabituelles une telle caractérisation d'un « état » puisse avoir un aspect paradoxal, puisque de toute façon il ne peut s'agir d'une réalité.

Cela dit, vos commentaires m'incitent quand même à me demander si, en la matière, Peres est vraiment resté dans l'esprit de cette théorie des opérations et des états. Dans l'introduction à son livre Kraus explique que l'idée de la théorie en question était venue (initialement, à Ludwig) de la remarque de Bohr qu'après tout nous n'appréhendons directement que des quantités macroscopiques et que par conséquent une vraie théorie de la mesure devait prendre les instruments explicitement en considération. Comprise de cette manière la théorie ne doit produire que des conclusions vérifiables alors que l'idée que les particules 1 et 4 furent vraiment jadis dans un état intriqué manifestement ne l'est pas.

Franck Laloë. Les expériences P et P' conduisent aux mêmes probabilités. Nous sommes tous d'accord là-dessus. Mais ce ne sont pas les mêmes expériences. Ce n'est pas parce que les probabilités finales sont mathématiquement les mêmes que les expériences sont les mêmes.

Bernard d'Espagnat. Certes mais on pourrait penser que si les formules sont les mêmes, on peut appliquer l'une ou l'autre.

Roger Balian. Uniquement dans l'état final. Pas dans les états intermédiaires.

Franck Laloë. En effet. Vous pouvez le faire si vous prenez toutes les mesures d'un coup. Mais les projections intermédiaires du vecteur d'état, comme le dit très bien Roger, n'ont pas de sens.

Hervé Zwirn. Quel est le statut de réception du papier de Peres aujourd'hui ? Comment les autres physiciens réagissent-ils ?

Bernard d'Espagnat. Je vous ai dit la conclusion de Peres lui-même, qui est très floue : « il suffit de bien comprendre ce que la mécanique quantique veut dire ». Je pense qu'étant donnée son attitude instrumentaliste, sa conclusion était qu'il ne faut pas considérer la fonction d'onde comme représentant une réalité. L'équipe de Vienne (comprenant Zeilinger) reprend cela à peu près, en considérant qu'il pourrait bien y avoir un paradoxe si l'on considérait que la fonction d'onde représente une réalité, mais qu'il faut prendre le point de vue de Schrödinger selon lequel la fonction d'onde ne décrit rien d'autre que ce que nous savons. Que c'est un catalogue de nos connaissances. Dans ces conditions-là, disent-ils, il n'y a plus de paradoxe.

En ce qui concerne les membres de l'équipe de Jérusalem, tout en reconnaissant que leur expérience est susceptible de plusieurs interprétations ils privilégient nettement l'idée qu'elle montre la possibilité d'une action du présent sur le passé.

Roger Balian. Est-ce que les expériences qu'ils font correspondent à peu près à cela ?

Bernard d'Espagnat. L'expérience de Vienne porte sur le même montage que celui proposé par Peres. Elle fait faire par son Eve (un gros appareil!) une mesure de $\Phi_{2,3}$ après avoir fait faire par ses Alice et Bob, les mesures suggérées par Peres sur les particules 1 et 4, et elle obtient les mêmes résultats que si ces mesures avaient été faites sur un Φ_{14} . Malheureusement elle n'a pas suffisamment varié les orientations des spins mesurés pour pouvoir tester l'intrication par violation des CHSH. Dans l'expérience de Jérusalem, c'est assez différent. Trois personnages y jouent les mêmes rôles que, respectivement, Alice Bob et Eve sauf que Bob, au lieu d'intervenir avant Eve, intervient après elle, et donc en dernier. Les résultats dont les corrélations sont constatées ont ainsi été obtenus sur des paires 1,4 qui n'ont jamais coexisté : le photon qui survit est intriqué avec le photon du passé, qui est mort presque dès sa naissance. Il y a donc bien intrication – ce qui est déjà assez remarquable – et qui plus est elle est entre le photon actuel et le photon ancien, qu'on a détruit.

Roger Balian. C'est une intrication post-mortem!

Hervé Zwirn. C'est même une intrication avec l'Au-delà!

Bernard d'Espagnat. Ces articles posent des questions inattendues!

Franck Laloë. Dans le cas de l'expérience P', on considère que c'est Eve la première qui fait la mesure et que les photons d'Alice et Bob sont projetés dans l'état singulet. C'est une expérience que l'on fait tout le temps. C'est une façon de fabriquer des paires de photons intriqués. C'est considéré comme un fait expérimental. Si on fait toutes les mesures, on retrouve toutes les caractéristiques d'un état singulet, intriqué. C'est vraiment un outil de laboratoire.

Hervé Zwirn. Il est donc possible de faire des expériences dans lesquelles on aurait une intrication entre deux particules qui ne se sont jamais vues et qui sont telles que l'une a disparu avant que l'autre ne soit créée ?

Bernard d'Espagnat. C'est l'expérience de Jérusalem.

Hervé Zwirn. Si on a vraiment cela, la description d'un état d'intrication entre deux particules qui n'ont pas pu coexister, en aucune manière possible, c'est encore plus intéressant. Cela va encore plus loin que tout le reste. Cela veut dire que l'intrication n'est pas du tout ce qu'on pense que c'est. C'est un outil mathématique pur, purement abstrait et sans réalité physique.

Franck Laloë. Mais les projections d'état intermédiaire n'ont aucun sens.

Bernard d'Espagnat. Le résultat de Peres est, je le répète, invérifiable. Or il n'y a de science que du vérifiable. Mais là, tout ce qu'on peut vérifier c'est que tout se passe comme si Alice et Bob avaient travaillé sur une paire 1,4 qui aurait été dans un état Φ . Si Peres nous dit plus que cela, ce n'est pas vérifiable. Tout ce que l'on peut vérifier (et cette vérification a évidemment lieu dans le présent), c'est que tout se passe comme cette paire avait été intriquée – mais on ne peut pas vérifier que cela a *réellement* été le cas. On ne peut pas vérifier qu'on a vraiment créé un état dans le passé. Cette remarque s'applique aussi à l'expérience de Jérusalem.

Roger Balian. C'est une extrapolation mathématique.

Franck Laloë. D'une façon générale, quand on dispose de plusieurs explications pour une expérience en physique, on préfère prendre la plus simple et la plus claire. On peut toujours prendre l'explication la plus compliquée, qui remonte le temps, et qui soit mathématiquement possible. Est-ce pour autant une raison pour les prendre au sérieux, alors qu'on dispose d'une explication claire ?

Hervé Zwirn. C'est le meilleur démontage du raisonnement. Si l'on fait les choses normalement, dans l'ordre qui est l'ordre réel, on n'aboutit à aucun paradoxe. Ce n'est donc pas la peine d'en chercher un.

Bernard d'Espagnat. Personnellement ma question n'était pas là. Elle était essentiellement philosophique : avec la fonction d'onde disposons-nous d'une vraie approche du réel ? Ou bien avons-nous simplement une magnifique recette de prédiction d'observation ?

Roger Balian. Ce qui est déjà approcher le réel, d'une certaine façon. On l'approche, mais on sait qu'on n'ira pas jusqu'au bout.

Bernard d'Espagnat. Qu'entendez-vous par approcher le réel ?

Roger Balian. C'est dire tout ce que l'homme est capable de faire.

Bernard d'Espagnat. Je ne suis pas sûr de vous suivre. Il me semble qu'on ne peut pas identifier le *faire* de l'homme et l'être en soi. Et si l'on dit, à la fois, que la science est universelle et qu'elle ne se rapporte qu'aux actions et aux perceptions de l'homme, alors il faut dire que les galaxies n'existent pas en soi. Quelles ne sont que notre manière à nous de ressentir ce qui est.

Roger Balian. Elles existent en soi, mais ce que l'on en sait n'est peut-être pas tout.

Bernard d'Espagnat. Qu'est-ce qui vous autorise à affirmer qu'elles existent en soi si vous n'avez que des recettes de prédiction d'observation ?

Roger Balian. Rien! Mais si je suis matérialiste, c'est une foi qui est que cela existe.

Franck Laloë. Je voudrais répondre de façon très terre à terre et moins savante à la question que pose Bernard d'Espagnat. On peut attribuer une certaine réalité physique à la fonction d'onde et à ses réductions à condition d'appliquer les réductions dans l'ordre réel des mesures qui sont faites. Si jamais on les applique dans l'ordre inverse des mesures qui sont faites, nous sommes tous d'accord pour dire que la fonction d'onde n'a plus rien à voir avec la réalité. On peut dire cela, et voilà. Si on fait les choses en dépit du bon sens, la fonction d'onde n'a plus rien à voir avec la réalité.

Hervé Zwirn. Il y a des cas où on ne peut pas le faire. Mais nous avons là exhibé un cas où quel que soit le sens, le résultat est le même. La plupart du temps, si on le fait dans le mauvais sens, ça ne donne pas le même résultat. Mais là, comme par

hasard, cela donne le même résultat. Ici, les projecteurs commutent parce qu'ils travaillent dans des espaces de Hilbert déconnectés. A partir de là, quel que soit le sens, cela va donner le même résultat. Cela ne veut pas pour autant dire que l'interprétation qui est obtenue en utilisant un ordre qui n'est pas l'ordre réel est la bonne.

Franck Laloë. En tout cas, notre débat m'a fait comprendre une chose : on peut rattraper l'article de Peres, dont je disais beaucoup de mal tout à l'heure, en disant qu'il ne démontre pas que la fonction d'onde n'a rien à voir avec la réalité physique, mais qu'il démontre que la fonction d'onde intermédiaire, si on lui applique des réductions du paquet d'onde à l'envers, est un instrument qui contient une information qui n'a plus rien à voir avec la réalité physique. Car si cela avait à voir, cela voudrait dire qu'on agit sur le passé. A ce moment-là, ce que dit Peres devient juste.

Roger Balian. Là, cela devient intéressant!

Bernard d'Espagnat. Peres raconte quelque part qu'un collègue physicien lui avait dit : « vous êtes instrumentaliste » sur le même ton que s'il lui avait dit qu'il était anthropophage!

Roger Balian. Nous avons eu la même critique cachée de la part d'un rapporteur à propos de la première version du dernier papier que nous avons écrit.

Franck Laloë. En tout cas, nous sommes contents d'avoir trouvé une façon de donner un sens à cet article.

RÉFÉRENCES

A. Peres, Delayed choice for entanglement swapping. J. Mod. Opt. 47, 139-143 (2000).

Experimental delayed-choice entanglement swapping

Xiao-song Ma_{1,2}, Stefan Zotter₁, Johannes Kofler_{1,a}, Rupert Ursin₁, Thomas Jennewein_{1,b}, Časlav Brukner_{1,3}, and Anton Zeilinger_{1,2,3} Nature - Physics **8**, 480 (2012)

Entanglement Swapping between Photons that have Never Coexisted

E. Megidish, A. Halevy, T. Shacham, T. Dvir, L. Dovrat, and H. S. Eisenberg Racah Institute of Physics, Hebrew University of Jerusalem, Jerusalem 91904, Israel (Received 3 January 2013; published 22 May 2013)

PRL 110, 210403 (2013)

K.Kraus, *States, Effects and Operations*, Springer, Berlin, 1983 S.L.Braunstein and C.M.Caves, « An Effect can have more than one Operation », *Found.Phys. Lett.*, April 1988